WIKIPÉDIA

$E=mc^2$

L'équation $\boldsymbol{E = mc^2}$ (lire « *E* égale *m c* carré » ou même « *E* égale *m c* deux ») est une formule d'équivalence entre la masse et l'énergie rendue célèbre par Albert Einstein avec sa publication en 1905 sur la relativité restreinte.

Sculpture de « $E=mc^2$ » exposée au *Walk of Ideas* à Berlin en 2006.

Elle apparaît en 1900 chez le mathématicien et physicien français Henri Poincaré dans un article *La théorie de Lorentz et le principe de l'action et de la réaction*[1] où il développe certains principes de déformation de l'espace-temps qu'il appelle *relativité*, puis en 1903 dans la thèse peu médiatisée d'Olinto de Pretto.

Cette fonction signifie qu'une particule de masse *m* isolée et au repos dans un référentiel possède, du fait de cette masse, une énergie *E* appelée énergie de masse, dont la valeur est donnée par le produit de *m* par le carré de la vitesse de la lumière dans le vide (*c*).

Cette formule de transformation, qui est celle de la fission nucléaire et de la bombe atomique, a fortement marqué les esprits car elle met en évidence que, du fait de l'énormité du facteur c^2, une perte de masse même petite à l'échelle humaine peut dégager une quantité considérable d'énergie, par exemple, un gramme de matière que l'on annihilerait par collision avec de l'antimatière correspond à environ 10^{14} joules, soit approximativement l'énergie dégagée par les premières bombes nucléaires.

Sommaire

Historique

En 1900, Henri Poincaré dans son mémoire intitulé *La théorie de Lorentz et le principe de l'action et de la réaction*[2] a imaginé cette formule, à laquelle il ajoute certaines notions liées à la relativité restreinte (déformation de l'espace et du temps eux-mêmes, et non simple déformation des solides comme le supposait Fitzgerald), dans son ouvrage *La Science et l'Hypothèse*, publié en 1902.

Edmund Taylor Whittaker, mathématicien et historien des sciences britannique, intitule le chapitre 2 du tome II de son ouvrage *Histoire des théories de l'éther et de l'électricité*, paru en 1953, « La théorie de la relativité de Poincaré et Lorentz », en précisant, page 40, qu'en 1905 « Einstein a publié un article qui exposait la théorie de la relativité de Poincaré et Lorentz, avec quelques développements ». Whittaker crédite également Henri Poincaré pour la formule $E = mc^2$.

Selon l'historien Umberto Bartocci `(it)`[3], l'équation d'équivalence entre masse et énergie aurait été formulée dès 1903 par un physicien amateur italien, Olinto de Pretto[2,4]. La formule est décrite le 29 novembre 1903 dans un article de 62 pages publié par la revue scientifique de l'Institut Royal des Sciences, Lettres et Arts de Venise[5,6].

C'est deux ans plus tard, avec le dernier des articles publiés lors de son *annus mirabilis*, qu'Einstein exprime ce qui deviendra son équation célèbre : « Si un corps perd une énergie L sous forme de rayonnement, sa masse diminue de L/c^2 »[7].

Dans ce texte il produit une première démonstration pour le cas général de cette égalité, qui jusque-là n'avait été démontrée que dans des cas particuliers[8]. Il en proposera par la suite deux autres, en 1934 et en 1946[8].

L'équation $E = mc^2$ fait toutefois partie des apports que certains contestent à Einstein dans le cadre de la controverse sur la paternité de la relativité. Celle-ci ne concerne que la *relativité restreinte*. La *relativité générale*, qui demanda dix ans de travaux supplémentaires à Einstein, ne lui fut guère vraiment contestée.

Illustrations

En mécanique newtonienne, l'énergie d'une particule isolée provient de sa vitesse et se manifeste sous forme d'énergie cinétique. Au contraire, d'une façon inattendue à l'époque de sa découverte, $E = mc^2$ exprime qu'une particule de masse m possède intrinsèquement une énergie E, même si elle est au repos. Elle stipule que la masse fait partie de l'énergie totale d'un corps, comme l'est l'énergie cinétique. L'énergie totale d'un corps devient donc la somme de son énergie cinétique et de son énergie de masse.

Cette équivalence entre masse et énergie ouvre un éventail de possibilités inconnues de la physique pré-relativiste. En relativité restreinte, la masse peut être « convertie » en chaleur, énergie cinétique ou autre forme d'énergie, au cours d'une réaction. En effet lorsque les particules d'un système donné subissent une transformation, par exemple lors d'une collision, la relativité restreinte impose que l'énergie totale (évaluée dans un certain système de coordonnées) se conserve. Mais comme l'énergie comprend la masse, il est tout à fait possible que « de la masse » apparaisse lors de la réaction (par exemple sous forme de particules) au détriment d'énergie ou que, au contraire, de l'énergie soit libérée par « consommation » de masse.

Numériquement, dans l'équation $E = mc^2$ et dans le Système international d'unités :

- E est l'énergie exprimée en joules ;
- m est la masse (au repos) en kilogrammes ;
- c est la vitesse de la lumière dans le vide, soit 299 792 458 m/s = $2{,}997\,924\,58 \times 10^8$ m/s (environ 300 000 km/s), ce qui correspond à un facteur c^2 d'environ 9×10^{16} m^2 s^{-2}.

On peut vérifier *expérimentalement* que la racine carrée du rapport E/m est égale à c dans l'exemple suivant. Dans la désintégration du positronium, il y a création et émission de deux rayons gamma d'énergie (mesurée par rayon) 0,511 MeV = $0{,}8186 \times 10^{-13}$ J, en compensation de la disparition de deux masses d'électron.

La masse d'un électron étant de $9{,}11 \times 10^{-31}$ kg, on trouve bien :

$$\frac{E}{m} = \frac{0,82 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{J}}{9,11 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}} = 9,0 \cdot 10^{16}\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$$

et donc :

$$\sqrt{\frac{E}{m}} = 3,0 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s} = c.$$

Application au domaine nucléaire

Ce type de transformation de masse en énergie est utilisée par les piles atomiques ainsi que des bombes nucléaires. L'énergie correspondant à 1 kg de matière est énorme, car égale à 9×10^{16} joules : c'est l'énergie produite par un réacteur nucléaire d'une puissance électrique de 1 400 MW pendant deux ans environ[note 1].

La France produisait en 2006 environ 80 % de son électricité dans 58 réacteurs nucléaires d'une puissance chacune de l'ordre du gigawatt; leur bilan d'énergie peut être évalué à partir de la formule d'Einstein[note 2].

La fameuse équation sur le pont de l'USS *Enterprise* lors de l'Opération Sea Orbit, dont tous les navires présents étaient propulsés grâce à l'énergie nucléaire.

Résolution de la production d'énergie des étoiles

À l'échelle astronomique, la formule explique également comment les étoiles, comme le Soleil, peuvent émettre leur énergie pendant des milliards d'années, alors que cette situation constituait un mystère pour la physique du début du XX^{e} siècle, aucune source d'énergie connue à l'époque ne pouvant en rendre compte.

Au centre du Soleil, les conditions physiques sont telles que s'y produisent des réactions nucléaires capables au bout d'une chaîne de processus de transformer 4 noyaux d'hydrogène (4 protons), en 1 noyau d'hélium. Il se trouve que la masse au repos du noyau d'hélium (^{4}He) est inférieure à la somme des masses au repos des 2 protons et 2 neutrons[note 3] qui le constituent. L'énergie équivalente à cette différence de masse est la source de l'énergie du Soleil, et grâce à l'importance du facteur de conversion c^2 et à la masse considérable du Soleil, le calcul montre que l'énergie libérée permet à notre étoile de briller pendant une bonne douzaine de milliards d'années[note 4].

Domaines d'application générale de la formule

Domaine moléculaire et atomique

Cette relation s'applique à d'autres domaines que le nucléaire. Par exemple en chimie, lorsque 1 000 moles d'hydrogène se combinent avec 500 moles d'oxygène pour former 500 moles de vapeur d'eau, environ $1,21 \times 10^{8}$ joules d'énergie est libérée. Cette énergie correspond à une perte de masse d'environ $1,35 \times 10^{-9}$ kg, ce qui entraine que la masse de l'eau formée est inférieure de cette quantité à la masse initiale de 9,008 kilogrammes des réactifs.

Le défaut de masse, de l'ordre du dixième de milliardième en valeur relative, est trop infime pour pouvoir être mis en évidence par des mesures expérimentales, qui arrivent au mieux à l'ordre du centième de millionième. C'est pour ça que l'on continue à utiliser sans inconvénient le « théorème classique » de la conservation de la masse dans les réactions chimiques et dans la vie courante[note 5].

Les mesures de spectrométrie de masse actuelles (2013) approchent cependant cette précision, et devraient permettre de visualiser directement l'équivalent de masse de l'énergie de liaison moléculaire, comme on le fait avec l'énergie de liaison nucléaire.

Un autre cas d'équivalence entre variation de masse et énergie est donné par le défaut de masse de l'atome le plus simple : la masse de l'atome d'hydrogène $^{1}_{1}\mathrm{H}$ [réf. nécessaire] est inférieure à la somme des masses de l'électron et du proton d'une quantité juste égale à l'équivalent en masse de l'énergie d'ionisation de l'atome, bien que ce défaut soit tout à fait hors de portée de la mesure courante, puisqu'il vaut 13,6 eV = $\Delta m = \dfrac{13,6 \times 1,60217653 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}{(2,99792458 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s})^2} \approx 2,4 \cdot 10^{-35}\ \mathrm{kg}$; c'est-à-dire un peu plus de quatorze milliardièmes (1,4 centième de millionième) des masses d'un proton et d'un électron libres.

Domaine gravitationnel

La masse d'un corps qui s'élève dans un champ de gravitation ne change pas *du point de vue d'un observateur qui suit ce corps*[9].

En revanche, *la masse du système global*, composé de l'ensemble des masses à l'origine du champ de gravitation, elle, est susceptible d'augmenter:

- Elle augmentera d'une quantité équivalente à l'énergie potentielle acquise par l'objet si cette énergie vient de l'extérieur du système.
- Dans le cas contraire, elle n'augmentera pas car l'augmentation de l'énergie potentielle de l'objet sera compensée par la diminution d'une autre source d'énergie intérieure au système (cinétique, ou chimique ou autre)[10].

Dans des systèmes gravitationnels ordinaires, la quantité d'énergie diffusée sous forme d'ondes gravitationnelles est négligeable. En revanche, dans les fusions de trous noirs, elle peut devenir considérable. Dans le cas de l'événement GW150914 découvert en 2015, son équivalent était d'environ 3 masses solaires.

Le voyage de la Terre à la Lune, peut être considéré comme une « réaction gravitationnelle », un astronaute (ou tout corps massif) qui effectue ce voyage a nécessité l'apport d'énergie à l'ensemble (Terre + Lune + astronaute), et la masse de cet ensemble s'est accrue de l'équivalent de masse de cette énergie apportée, et inversement lors du retour de l'astronaute, qui en chute libre après s'être libéré de l'attraction lunaire retomberait sur la Terre, libèrerait par radiation cet excès d'énergie, et la masse de l'ensemble re-diminuerait… Cette variation de masse de l'ensemble serait en principe mesurable sur l'effet gravitationnel de l'ensemble pour un corps lointain passant dans son champ, par mesure de la déviation angulaire dans sa trajectoire hyperbolique.

De même, une chute d'eau (ou toute chute d'un corps massif dans le potentiel gravitationnel) est aussi une « réaction gravitationnelle », elle émet l'énergie du potentiel gravitationnel de la masse d'eau à l'altitude plus élevée à celle plus basse. La masse de l'eau qui a chuté a aussi décru de l'équivalent de masse de l'énergie émise (ainsi que la masse de l'ensemble Terre + eau) ; qui a été apportée essentiellement par le rayonnement solaire. Une centrale hydroélectrique récupère cette énergie libérée, qui peut être évaluée par la formule d'équivalence comme dans le cas d'une centrale nucléaire.

La chute d'un corps massif dans le potentiel gravitationnel terrestre dégage une énergie qui est une fraction (d'environ) un milliardième de l'énergie de masse initiale du corps (avec une vitesse de libération terrestre de 11,2 km/s). Les objets sur Terre sont liés (à la Terre) avec cette fraction de masse. Mais par exemple, une chute sur une étoile à neutrons (avec une vitesse de libération d'environ 200 000 km/s) dégage environ 25 % de l'énergie de masse initiale du corps chutant[note 6] ! Théoriquement, la chute d'un corps massif sur un trou noir (avec une vitesse de libération égale à la vitesse de la lumière) pourrait dégager l'intégralité de l'énergie de masse de l'objet chutant, avec un arrêt à l'horizon du trou noir[note 7]. Mais cet arrêt est impossible, l'énergie dégagée[note 8] est une fraction de l'énergie de masse du corps chutant[note 9], selon les forces de marée agissant sur lui.

Cette variation de masse pourrait être théoriquement mise en évidence par une expérience de Cavendish, ou bien d'une pesée, d'un corps ayant participé à la chute, avec ces niveaux de précision.

Formulation générale

Si la formule $E = mc^2$ concerne une particule au repos, c'est-à-dire une particule dont la vitesse est nulle dans le référentiel choisi, que devient cette expression dans un autre référentiel, avec une particule animée d'une vitesse v ?

Alors que la géométrie euclidienne raisonne sur des points repérés dans l'espace par trois coordonnées, la relativité restreinte raisonne sur des *événements* repérés dans l'espace-temps par quatre coordonnées, une de temps et trois d'espace. De même que la distance euclidienne entre deux points est invariante par changement de repère, de même la théorie relativiste stipule que le carré de l'intervalle d'espace-temps Δs défini par :

$$\Delta s^2 \ = c^2 \Delta\tau^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta l^2,$$

où Δt représente l'intervalle de temps entre les deux événements et Δl la distance, est invariant par changement de repère. Autrement dit quand on mesure les coordonnées des mêmes événements dans plusieurs repères (t, x, y, z), (t', x', y', z'), (t'', x'', y'', z'') différents respectant pour le passage de l'un à l'autre la transformation de Lorentz, la quantité suivante ne change pas de valeur :

$$\Delta s^2 \ = c^2 \Delta\tau^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta l^2 = c^2 \Delta t'^2 - \Delta l'^2 = c^2 \Delta t''^2 - \Delta l''^2 = \cdots$$

Alors que la mécanique newtonienne considère d'une part l'énergie et d'autre part la quantité de mouvement d'un corps en mouvement, la relativité unifie ces deux concepts dans un objet unique : le quadrivecteur énergie-impulsion. Ce vecteur à quatre dimensions a pour composante temporelle l'énergie *E/c* de la particule et pour composante spatiale son vecteur impulsion (ou quantité de mouvement) $\vec{p}$ à trois dimensions. Comme il est le pendant du vecteur impulsion *mv* de la mécanique classique (produit de la masse par la vitesse) il est égal à *m* **u** où **u** est maintenant le quadrivecteur vitesse.

De même que le carré de l'intervalle d'espace-temps était invariant par changement de coordonnées, de même l'est le carré de la norme du quadrivecteur énergie-impulsion. Autrement dit la quantité :

$$(E/c)^2 - p^2$$

est indépendante du repère dans lequel on l'évalue. Mais séparément, l'énergie et l'impulsion en dépendent.

Dans le repère propre de la particule, celui où elle est au repos, la vitesse, et donc l'impulsion, est nulle. Si on note E_0 l'énergie dans ce repère propre l'invariance de la quantité précédente s'écrit :

$$(E/c)^2 - p^2 = (E_0/c)^2 - 0 \equiv (E_0/c)^2.$$

La valeur de E_0 nous est donnée par le fameux mc^2 de sorte que l'on aboutit à l'équation capitale suivante :

$$E^2/c^2 - p^2 \ = \ (mc)^2$$

ou encore :

$$E^2 - p^2 c^2 \ = \ m^2 c^4.$$

La théorie montre que dans un repère où la vitesse de la particule est v, l'énergie et la quantité de mouvement sont données par les formules :

$$E = \gamma mc^2 \equiv \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

$$p = \gamma m v \equiv mv/\sqrt{1-(v^2/c^2)}$$

avec la notation classique,

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v^2}{c^2}\right)}}.$$

On vérifie que $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$ et on déduit de ces formules la relation importante entre énergie et impulsion :

$$p = (v/c)(E/c).$$

Cas d'une particule de masse nulle

Le cas d'une particule de masse nulle découle des formules précédentes, et notamment de :

$$p = (v/c)(E/c).$$

Si une particule a une vitesse égale à c son énergie est :

$$E = pc.$$

En conséquence, sa masse est nulle puisqu'elle est donnée par la formule :

$$m^2c^4 = E^2 - p^2c^2 = 0.$$

Inversement, si une particule a une masse nulle, son énergie est $E = pc$ et par conséquent $v = c$.

Démontrer expérimentalement qu'une particule a une masse strictement nulle est impossible, mais on peut en revanche lui fixer au moins une limite supérieure. Les particules suivantes ont une masse nulle dans le modèle standard : le photon (quantum d'électromagnétisme et donc entre autres de lumière), le gluon (particule transmettant l'interaction forte) et le graviton (particule transmettant la gravité, non observé, mais dont la relativité générale prédit la masse nulle). Les neutrinos ont longtemps été candidats à cette liste, avant la mise en évidence de l'oscillation des neutrinos.

Cas des tachyons

Quelques physiciens ont envisagé, formellement, le cas de particules qui se déplaceraient *plus vite* que la lumière. Pour que l'énergie totale soit un nombre positif, on trouve alors comme masse au repos un nombre imaginaire pur. Ce n'est pas une contradiction parce que le tachyon n'est jamais au repos.

Toutefois, la plupart des physiciens estiment que l'existence de telles particules créerait de tels paradoxes qu'elle est simplement impossible.

Unités

Énergie en unités de masse

Les formules utilisées ci-dessus sont écrites en unités *conventionnelles*. Mais il peut être commode d'utiliser des unités mieux adaptées à l'espace-temps, en exprimant en particulier une énergie en kilogrammes, autrement dit en prenant comme unité d'énergie l'énergie d'un kilogramme de matière.

D'après la formule :

E (joules) = m (kilogrammes)×[c (m/s)]^2,

l'énergie équivalente à la masse d'un kilogramme est :

énergie d'un kilogramme (en joules) = [c (m/s)]^2.

Par conséquent l'énergie en unités de masse sera :

E (en unités de masse) ≡ E (en kilogrammes) = E (en joules)/(énergie d'un kilogramme en joules) ≡ E (en joules)/[c (m/s)]^2.

On peut donc écrire :

$$E_{(\mathrm{kg})} = E_{(\mathrm{J})}/c^2$$

et en sens inverse :

$$E_{(\mathrm{J})} = E_{(\mathrm{kg})}\ c^2.$$

Numériquement :

1 kg = 8,988×10^{16} J
1 J = 1,113×10^{-17} kg

ou dans le système CGS utilisé par habitude en astronomie :

1 g = 8,988×10^{20} erg
1 erg = 1,113×10^{-21} g.

De la même façon, la réunion du temps et de l'espace en une seule entité invite le physicien à utiliser une même unité, la seconde ou le mètre, pour mesurer les longueurs et les temps[note 10].

On a les formules de passage suivantes :

$$d_{(\mathrm{s})} = \frac{d_{(\mathrm{m})}}{c_{(\mathrm{m.s^{-1}})}}$$
$$d_{(\mathrm{m})} = c \times d_{(\mathrm{s})},$$

où $d_{(\mathrm{s})}$ est le temps mis par la lumière pour parcourir $d_{(\mathrm{m})}$.

On écrit à l'identique :

$$t_{(\mathrm{m})} = c \times t_{(\mathrm{s})},$$
$$t_{(\mathrm{s})} = \frac{t_{(\mathrm{m})}}{c_{(\mathrm{m.s^{-1}})}}$$

où $t_{(m)}$ est la distance parcourue par la lumière en $t_{(s)}$.

L'utilisation d'une unité commune, disons la seconde, pour mesurer distance et temps est riche d'enseignement dans le contexte présent. En effet grâce à ce choix, la vitesse v, rapport d'une distance à un temps, devient sans dimension. Par conséquent l'énergie cinétique newtonienne $K = (1/2)mv^2$ prend les dimensions d'une masse, ce qui revient à dire qu'on peut exprimer une énergie en unités de masse. On retrouve donc de façon simple, et néanmoins convenable, l'équivalence entre énergie et masse.

Ainsi, si l'énergie E est exprimée en unités de masse (par exemple en kilogrammes) la formule d'Einstein devient :

$$E_{\text{kg}} = m_{\text{kg}}$$

ou plus simplement :

$$E = m.$$

En fait, en utilisant des unités *relativistes*, le facteur c disparaît de toutes les formules. Ainsi, la formule donnant l'invariant du vecteur énergie-impulsion s'écrit maintenant :

$$E_{\text{rel}}^2 - p_{\text{rel}}^2 = m^2,$$

où E_{rel} et p_{rel} sont exprimés en unités relativistes (c'est-à-dire en kilogrammes).

De même, il est agréable d'écrire le carré du temps propre sous la forme homogène et symétrique :

$$\Delta\tau^2 = \Delta t^2 - \Delta s^2$$

sans avoir à traîner des facteurs c.

Masse en électron-volt

En sens inverse il est très courant en physique atomique de mesurer une masse en unités d'énergie. Ainsi la masse d'une particule est souvent donnée en électron-volt.

Un électron-volt vaut 1,602 176 53×10^{-19} joule, énergie à laquelle correspond la masse 1 eV/c^2, soit $1{,}783\times10^{-36}$ kg.

On a donc les formules de passage :

$$1 \text{ eV} = 1,783 \times 10^{-36} \text{ kg} \text{ ;}$$
$$1 \text{ kg} = 5,610 \times 10^{35} \text{ eV}.$$

Puisque le nombre sans dimensions qui mesure une certaine grandeur est par définition le *rapport* entre la grandeur à mesurer et la grandeur choisie pour unité, ce nombre est inversement proportionnel à la valeur de l'unité choisie (si l'unité choisie est plus grande, le nombre qui mesurera la grandeur est lui plus petit).

Ici on a donc :

m (en eV) / m (en kg) = 1 kg / 1 eV,

de sorte que l'on peut écrire :

$$m_{(\mathrm{eV})} = 5,610 \times 10^{35}\, m_{(\mathrm{kg})}\ ;$$
$$m_{(\mathrm{kg})} = 1,783 \times 10^{-36}\, m_{(\mathrm{eV})}.$$


La fameuse équation sur le gratte-ciel Taipei 101 en l'honneur de l'année de la physique 2005.

Rappelons les multiples usuels :

1 keV = 10^3 eV ;
1 MeV = 10^6 eV ;
1 GeV = 10^9 eV ;
1 TeV = 10^{12} eV.

Par exemple, la masse de l'électron est de 511 keV, celle du proton de 938 MeV et celle du neutron est de 940 MeV.

Énergie d'une particule

L'énergie totale d'une particule isolée (qui dépend, rappelons-le, du repère choisi) peut s'écrire comme la somme de son énergie au repos mc^2 et de son énergie cinétique K.

On a donc :

$$E_{(\mathrm{t})} = mc^2/\sqrt{1-(v^2/c^2)} = mc^2 + K.$$

L'énergie cinétique devient :

$$K \ = E_{(\mathrm{t})} - mc^2 \ = \ mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} - 1 \right).$$

En utilisant un développement en série entière de cette fonction :

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{3}{8}\frac{mv^4}{c^2} + \cdots + mc^2\frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2}\frac{v^{2n}}{c^{2n}} + \cdots$$

On retrouve bien l'énergie au repos contenue dans la masse (v = 0) :

$$E_0 = mc^2,$$

ainsi que l'approximation de l'énergie cinétique pour les faibles vitesses ($v << c$) :

$$K = \frac{1}{2}mv^2.$$

Pour les vitesses très proches de celle de la lumière, l'énergie au repos de la particule s'avère négligeable devant l'énergie cinétique.

Comme on peut écrire :

$$1-\beta^2 = (1+\beta)(1-\beta) \simeq 2(1-\beta)$$

l'énergie totale devient :

$$E_{(\mathrm{t})} \simeq K = \frac{mc^2}{\sqrt{2(1-\beta)}} \equiv \frac{mc^2}{\sqrt{2[1-(v/c)]}}.$$

Validité générale de la formule

En notant m_0 la masse de la particule et E_0 son énergie (équivalente) au repos, l'équation d'Einstein s'écrit :

$$E_0 = m_0 c^2$$

On introduit alors la quantité :

$$m = \gamma m_0$$

qui n'est plus la masse m_0, mais qui, mesurant l'inertie de la particule dans le repère considéré où elle a cette vitesse v, indique sa *masse inerte* dans ce repère.

Dans ces conditions, la formule écrite plus haut « $E=\gamma m_0 c^2$ » donnant l'énergie de la particule prend la même forme :

$$E = mc^2$$

l'expression étant alors valable même dans le cas où le corps n'est pas au repos.

Note

Il peut alors y avoir confusion avec la notation *classique* de « $E = mc^2$ », qui se réfère en fait à la masse *au repos*, qui est m_0 (notée communément m). On peut remarquer en effet que la masse au repos, notée ici m_0, possède une signification physique indépendante du repère choisi car son carré est l'invariant du vecteur énergie-impulsion (en unités relativistes).
Mais bien que cette propriété majeure ne soit pas partagée par la masse inerte m, qui dépend du repère choisi comme l'énergie cinétique et son équivalent de masse (qui est la différence entre m et m_0), la masse inerte m est précisément la masse (totale) du corps considéré *dans* le système considéré.
Pour preuve, les particules accélérées augmentent leur masse (γm_0), ce qui modifie *réellement* leur trajectoire (ou les moyens de les maintenir sur leur trajectoire, ce qui est équivalent) dans le repère de l'accélérateur (au repos). On a donc affaire à une véritable grandeur physique qui, bien que *relative*, montre la validité générale de l'équivalence masse-énergie (qui est en fait toujours vérifiée).

Notes et références

Notes

1. La variation de masse à l'intérieur du réacteur est toutefois supérieure, car la puissance thermique du cœur est plus grande que la puissance électrique produite, du fait d'un rendement global de l'installation d'environ 35 %.

2. En toute rigueur, selon le développement du chapitre suivant, c'est en fait 100 % de la production électrique (ou de tout autre type d'énergie) qui est évaluable selon cette formule. Elle ne se réduit donc pas qu'au seul domaine du nucléaire, bien que ce soit par les applications nucléaires que cette formule (et l'équivalence masse-énergie qu'elle implique) s'est fait connaitre et reste couramment employée. Dans d'autres domaines (chimique : atomique, moléculaire ; ou gravitationnel), elle n'est presque jamais utilisée.
3. Dans le processus de fusion nucléaire de l'hydrogène en hélium, la moitié des protons initiaux deviennent des neutrons, par transitions radioactives β^+.
4. Le Soleil approche de la moitié de sa vie, lequel est âgé de quelque 4,55 milliards d'années. Cette durée de vie (sur la séquence principale) varie d'une étoile à l'autre et dépend à la fois de la masse disponible et de l'allure à laquelle cette masse est consommée. Ce sont les étoiles massives qui ont les durées de vie les plus courtes car elles sont les plus « dépensières » relativement à leurs « réserves », même si celles-ci sont initialement plus élevées.
5. Bien qu'en toute rigueur ce soit inexact. Rappelons que c'est également la mécanique newtonienne qui est utilisée pour le lancement des satellites, la précision de celle d'Einstein n'étant pas requise pour des vitesses si faibles devant celle de la lumière.
6. Soit plusieurs dizaines de fois tout le potentiel nucléaire, qui est d'environ 0,9 % de la masse des réactifs de départ.
   C'est cette énergie dégagée par la formation de l'étoile à neutrons (par implosion gravitationnelle) qui est la cause de l'explosion des supernovas à effondrement de cœur.
7. Théoriquement, il faudrait une force de frottement tendant vers l'infini pour provoquer cet arrêt de l'objet chutant à l'horizon du trou noir.
8. Cette énergie dégagée par chute sur un trou noir serait responsable des hypernovas et des quasars.
9. La masse qu'a le corps se rajoute à celui du trou noir quand il passe l'horizon.
10. Il est courant dans la vie quotidienne d'utiliser une unité de temps pour indiquer une distance (nous disons par exemple que Montpellier est à *trois heures de train* de Paris).
    En astronomie, il est encore plus courant de mesurer la distance d'un astre en « *temps de lumière* » par le temps qu'il faut à la lumière pour venir de l'astre en question. Ainsi dira-t-on d'une étoile qu'elle est située « à 100 années-lumière », ce qui signifie que la lumière qu'elle émet met 100 ans pour nous parvenir : celle que nous recevons aujourd'hui a été émise il y a 100 ans.

Références

1. Christian Bizouard, « E = m c^2 l'équation de Poincaré, Einstein et Planck**[PDF]** (http://www.annales.org/archives/x/poincaBizouard.pdf) ».
2. Bizouard 2004, p. 35, col. 1.
3. **(it)** Umberto Bartocci, Bianca Maria Bonicelli, *Albert Einstein e Olinto De Pretto: la vera storia della formula più famosa del mondo*, Andromeda, 1999, 192 p..
4. **(en)** « Einstein's E=mc^2 was 'Italian's idea' » (http://m.guardian.co.uk/world/1999/nov/11/rorycarroll?cat=world&type=article), sur *The Guardian*, 11 novembre 1999.
5. Bizouard 2004, p. 37, col. 2.
6. **(it)** Olinto De Pretto, « Ipotesi dell'etere nella vita dell'universo », *Atte del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti*, vol. LXIII, nº II, 1903, p. 439-500 (lire en ligne (http://www.cartesio-episteme.net/st/mem-depr-vf.htm)) (accepté le 23 novembre 1903 et publié le 27 février 1904).
7. Einstein 1905.
8. Abraham Pais, *Albert Einstein. La vie et l'œuvre*, InterÉditions, 1993 (ISBN 978-2-7296-0458-5), p. 145.

9. « If an atom goes up in a gravity field, does its mass increase, due to the increase in its potential energy? » (https://www.quora.com/If-an-atom-goes-up-in-a-gravity-field-does-its-mass-increase-due-to-the-increase-in-its-potential-energy), sur *Quora*, 2019 (consulté le 23 novembre 2019)
10. « Le vrai sens de E=mc² » (https://www.youtube.com/watch?v=Xo232kyTsO0), sur *Space Time / PBS Digital Studios*, 2019 (consulté le 23 novembre 2019)

Voir aussi

Sur les autres projets Wikimedia :

Relativité restreinte, sur Wikiversity

Bibliographie

- [Einstein 1905] **(de)** Albert Einstein, « Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig? » [« L'inertie d'un corps dépend-elle de son contenu en énergie ? »], *Annalen der Physik*, vol. 323, n^{o} 13, 1905, p. 639-641 (DOI 10.1002/andp.19053231314 (https://dx.doi.org/10.1002%2Fandp.19053231314), Bibcode 1905AnP...323..639E (https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1905AnP...323..639E), résumé (http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/andp.19053231314/abstract), lire en ligne (http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/andp.19053231314/pdf) **[PDF]**, consulté le 27 janvier 2018)

  L'article a été reçu le 27 septembre 1905.

  Réimpression du centenaire :

  (de) Albert Einstein, « Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig? », *Annalen der Physik*, vol. 517 (sér. 8, vol. 14), n^{o} S1, février 2005, p. 225-228 (DOI 10.1002/andp.200590007 (https://dx.doi.org/10.1002%2Fandp.200590007), Bibcode 2005AnP...517S.225E (https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2005AnP...517S.225E), résumé (http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/andp.200590007/abstract)).

  Traduction en anglais :

  (en) Albert Einstein (trad. de l'allemand par Anna Beck, avec la collaboration de Peter Havas), « Does the inertia of a body depend upon its energy content? », dans John Stachel (éd.), David C. Cassidy, Jürgen Renn et Robert Schulmann (éd. ass.), *The collected papers of Albert Einstein*, vol. 2 : *The Swiss years : writings, 1900-1909*, Princeton, Princeton University Press, 1989, 1re éd., 1 vol., XIV-399 p., 26 cm (ISBN 0-691-08549-8, OCLC 496394595 (https://worldcat.org/oclc/496394595&lang=fr), SUDOC 073968544 (https://www.sudoc.fr/073968544), présentation en ligne (https://press.princeton.edu/titles/4453.html), lire en ligne (http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol2-trans/1)), doc. 24, p. 172-174 (lire en ligne (http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol2-trans/186)).

- Christophe Galfard, *E= Mc2 : l'équation de tous les possibles*, Flammarion, 2017, 144 p. (lire en ligne (https://books.google.com/books?id=7mMlDwAAQBAJ))
- Brian Cox, Jeff Forshaw, *Pourquoi E=mc2 ? Et comment ça marche ?*, Dunod, 2012, 224 p. (lire en ligne (https://books.google.com/books?id=fCiKRbR792oC))
- David Bodanis **(en)**, *E=mc2: A Biography of the World's Most Famous Equation*, Doubleday Canada, 2000, 337 p.
- [Bizouard 2004] Christian Bizouard, « E = mc² : l'équation de Poincaré, Einstein et Planck » (texte issu de l'après-midi scientifique organisée par l'Association Henri-Poincaré, le

7 octobre 2004 à l'École nationale supérieure des mines de Paris, à l'occasion du cent cinquantenaire de la naissance d'Henri Poincaré et du centenaire du principe de relativité), *Sciences*, Association française pour l'avancement des sciences, n° 2004-4 « Henri Poincaré et la physique », 2004, p. 35-39, article n° 4 (lire en ligne (http://www.afas.fr/wp-content/uploads/2017/04/2004_4_Poincare.pdf)).

Articles connexes

- Théorie de la relativité
- Invariance de Lorentz
- Facteur de Lorentz
